Atividades com papel

Neste documento serão encontradas algumas atividades com utilização de papel:

1. Coloração de mapas
2. Octaedro de Peixes
3. Pavimentações
4. As Pontes de Königsberg
5. Dobrar e Cortar

Participantes:

A partir dos 10-12 anos, dependendo da atividade.

Não são necessários conhecimentos matemáticos prévios.

Preparação:

Modelos impressos (um para cada participante), lápis de cor. Algumas atividades necessitam de tesoura e cola ou fita adesiva.

Atividade 1: Coloração de Mapas

Deve-se colorir os mapas seguindo as regras abaixo:

Duas regiões com uma fronteira (aresta) em comum não podem ser pintadas da mesma cor.

Peça aos participantes para colorir cada figura com o mínimo possível de cores.

Opções: Tenha mapas locais impressos à disposição. Utilize esta *app* interativa para colorir mapas: https://mathigon.org/course/graph-theory/map-colouring

Atividade 2: O octaedro de peixes

Este modelo fornece a estrutura, em duas partes, de um octaedro decorado com uma pavimentação de peixes. Imprima duas cópias, corte ao longo das linhas sólidas e dobre nas linhas pontilhadas. Pinte, se quiser, e cole as duas metades uma na outra.

Apresente o conceito de poliedros (vértices, arestas, faces) e procure exemplos reais.

Discuta: quantas faces, arestas e vértices o modelo de papel possui e quantos peixes? Quantas bocas se encontram em cada vértice? Quantas caudas se encontram e onde isto ocorre? Onde as barbatanas se encontram? (Duas bocas se encontram em cada vértice, três caudas no centro das quatro faces e três barbatanas no centro das outras quatro faces.) Quais outras figuras podem ser construídas a partir de triângulos equilaterais?

Conte o número de faces (F), arestas (A) e vértices (V) de diversos poliedros convexos. Coloque os números obtidos numa tabela visível a todos a encontre a fórmula de Euler para os poliedros: V-A+F=2. Dê dicas sempre que necessário (por exemplo: devem usar apenas adições e subtrações.)

Atividade 3: Pavimentações

Peça aos participantes para colorir as duas imagens no modelo. Fale sobre simetrias especulares (isto é, simetrias de espelhos). Pergunte sobre como o padrão prossegue após as fronteiras. Procure por simetrias no que está ao redor. Desenhe o seu próprio padrão, desenhe as próprias camisas/camisetas...

Atividade 4: As pontes de Königsberg

Um rio divide a cidade em áreas separadas ligadas por pontes. Será possível passear pela cidade cruzando cada ponto exatamente uma vez (e não mais do que uma vez)? É permitido começar e terminar em qualquer ponto, não necessariamente no mesmo lugar.

Procure esses caminhos desenhando nos mapas fornecidos.

Atividade 5: Dobrar e Cortar

Tome um pedaço de papel, dobre-o diversas vezes de forma plana e faça um único corte reto. Desdobre o remanescente.

Ponto para refletir: quais formas são possíveis de serem produzidas desta forma? Corte e dobre os modelos fornecidos.

Crie e Compartilhe!
Compartilhe imagens e vídeos da atividade ou das estratégias propostas pelo grupo, usando a hashtag **#idm314**.

Fundamentação matemática e recursos disponíveis:

Coloração de Mapas

O Teorema das Quatro Cores é um dos mais famosos teoremas de toda a matemática. Ele afirma que qualquer padrão ou mapa pode ser sempre colorido com no máximo quatro cores. Foi enunciado pela primeira vez em 1852, mas tivemos que esperar até 1976 para que fosse demonstrado. Por mais de cento e vinte anos algumas das melhores mentes matemáticas foram incapazes de provar um dos mais simples resultados. Muitas demonstrações foram consideradas corretas, mas afinal continham erros. Todo um novo ramo da matemática, conhecido como Teoria de Grafos, se desenvolveu das tentativas de resolver este problemas. Apenas em 1976 Appel e Haken o demonstraram com a ajuda de um computador. Para alguns, uma verdadeira demonstração não pode recorrer às máquinas. E na tua opinião?

O octaedro de peixes

Um poliedro é uma forma fechada no espaço tridimensional, com faces planas, arestas retas e pontas agudas (vértices). Típicos exemplos são o cubo e a pirâmide. O Octaedro é um outro exemplo de poliedro: imagine duas pirâmides de base quadrangular coladas pela face quadrada. É possível imaginá-lo dentro de um cubo (suas arestas tocam os centros das faces do cubo), mas também o contrário, pois ligando os centros das faces do octaedro temos um cubo. Dizemos que estas figuras são duais. Tente imaginar o dual de uma pirâmide.

Um poliedro é dito convexo se ao viajarmos em linha reta entre dois pontos quaisquer do poliedro permanecermos dentro do poliedro. O cubo, a pirâmide e o octaedro são exemplos de poliedros convexos.

Poliedros podem ser muito diferentes uns dos outros e podem ter muitas ou poucas faces, arestas e vértices. Contudo, uma propriedade é sempre a mesma (dizemos que é *invariante*): considere um poliedro convexo e conte o número de faces (F), arestas (A) e vértices (V). Ao calcular V-A+F sempre encontraremos o mesmo número, mais precisamente, 2, qualquer que seja o poliedro. Este número é chamado de "característica de Euler" e foi enunciado pela primeira vez pelo famoso matemático Leonhard Euler em 1758.

Nota: a característica de Euler pode ser diferente de 2 em poliedros não convexos (se eles tiverem um ou mais "buracos", como na forma de um *donut*). Poliedros convexos não têm esses 'buracos'.

Outras possibilidades:

- Jogue MatchTheNet: https://www.matchthenet.de/
- Construa outros poliedros utilizando estas estruturas:
  https://imaginary.org/sites/default/files/matchthenet-polyhedra-nets.pdf
- Veja estes poliedros e crie as estruturas correspondentes:
  https://imaginary.org/sites/default/files/matchthenet-polyhedra-images.pdf
- Veja este curso sobre poliedros no Mathigon:
  https://mathigon.org/course/polyhedra/polygons
- Adote um poliedro: https://www.polytopia.eu/en/

Pavimentações

Uma pavimentação (ou azulejamento, ou ladrilhado) é um padrão sobre uma superfície plana (possivelmente um plano infinito) feito de formas geométricas (chamadas azulejos) sem sobreposições nem buracos. Se o padrão for repetido, dizemos que é uma pavimentação periódica; caso contrário, dizemos que é não-periódica. Pavimentações foram muito utilizadas na arte romana ou na arte islâmica. Só existem 17 padrões que podem ser utilizados para uma pavimentação periódica do plano.

Outras possibilidades:

- Desenhe um padrão online utilizando iOrnament:
  https://imaginary.github.io/cindyjs-apps/iornament/index.html
- Veja o curso sobre simetrias e transformações no Mathigon:
  https://mathigon.org/course/transformations/introduction

As pontes de Königsberg

Um dos primeiros matemáticos a pensar em termos de grafos e de redes foi Leonard Euler. Um antigo problema sobre a cidade de Königsberg, próxima do mar Báltico (atualmente Kaliningrado, na Rússia) não o deixava descansar. No caso de Königsberg parecia ser impossível encontrar um caminho através de todas as suas pontes, sem cruzar nenhuma mais de uma vez. Em outras cidades, no entanto, isto parecia ser possível.

Um problema semelhante consiste em desenhar uma figura (grafo) sem levantar a caneta e sem passar sobre uma linha que já foi desenhada. Cada mapa de uma cidade pode ser convertido em um grafo com vértices e arestas. Cada ilha ou região de terra é representada por um vértice e cada ponte conectando duas regiões é representada por uma aresta. Apenas as conexões são relevantes; fora isto, o grafo pode ser distorcido de diversas maneiras; as linhas não precisam ser retas.

Outras possibilidades:

Peça aos alunos para elaborarem diferentes grafos e tente classificar quais que podem ser desenhados com uma única linha contínua. Uma informação que ajudará esta classificação é o grau de cada um de seus vértices, ou seja, o número de arestas que se encontram em cada vértice.

Através de um debate será possível encontrar as propriedades que um grafo deve ter para que possa ser desenhado conforme descrito acima. Por exemplo: o grafo tem que ser conexo; apenas dois vértices podem ter grau ímpar; se for este o caso, o caminho deve começar em um destes vértices e terminar no outro.

Um caminho que passe por todas as arestas de um grafo exatamente uma vez (um vértice pode ser visitado com mais frequência) é chamado de "caminho Euleriano". Se o caminho começa e termina no mesmo vértice, estão este é dito um "ciclo Euleriano". Um teorema de Euler afirma: "Um grafo conexo possui um ciclo se e somente se todo vértice tem grau par". Foi demonstrado em 1873 por Carl Hierholzer.

Veja a versão online: https://mathigon.org/course/graph-theory/bridges.

Dobrar e Cortar

O teorema afirma que qualquer padrão (grafo plano) feito de cortes em linha reta pode ser feito a partir de uma dobragem e um único corte retilíneo. Desta forma, é possível fazer polígonos singulares, múltiplos polígonos disjuntos, polígonos dentro de outros polígonos, polígonos adjacentes, e mesmo segmentos de linha.

Mais informações podem ser obtidas em http://erikdemaine.org/foldcut/

Créditos e Licenças

A atividade Coloração de Mapas é baseada em uma atividade de Rod Pierce. As imagens no modelo são utilizadas com sua permissão. A atividade original pode ser encontrada no site Math is Fun: www.mathisfun.com

Os modelos do Octaedro de Peixes e das Pavimentações foram criados por Robert Fathauer e usados com sua permissão.

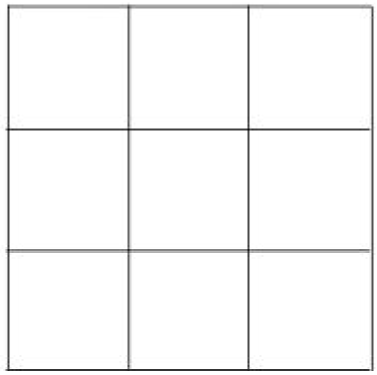
A atividade das Pontes de Königsberg é baseada em um curso do Mathigon www.mathigon.org . As imagens dos mapas foram utilizadas com permissão de Philipp Legner.

A atividade Dobrar e Cortar é baseada na descrição de Eric Demaine apresentada em http://erikdemaine.org/foldcut/ Os modelos utilizados foram criados por Christiane Rousseau.

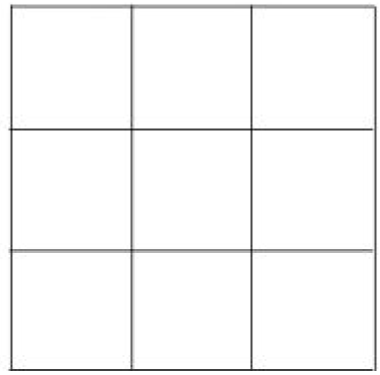
© 2020 IMAGINARY gGmbH

Modelos para Coloração de Mapas

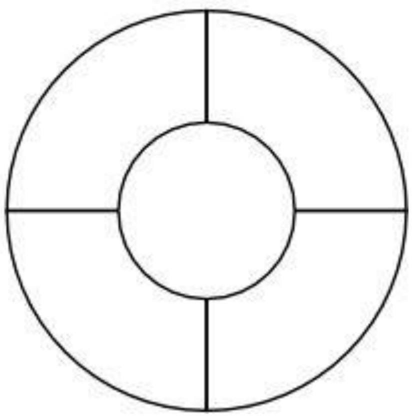
Experimente diferentes colorações para a mesma figura ou colora apenas uma destas:



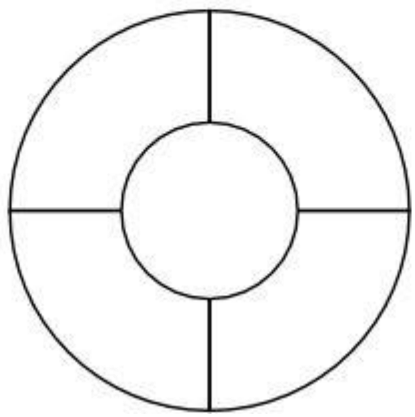
de cores: ______



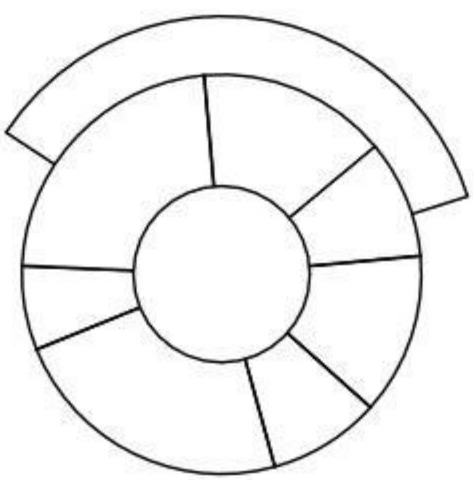
de cores:



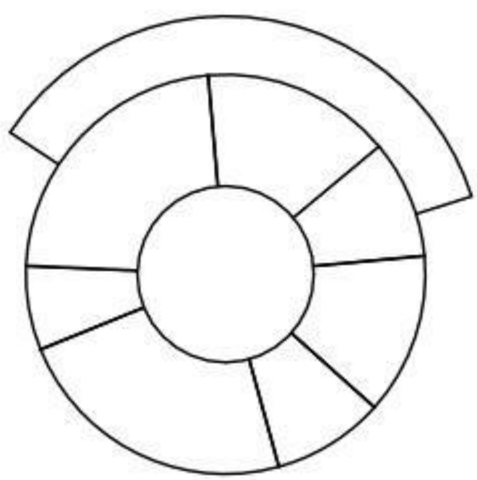
de cores: ______



de cores:



de cores: ______

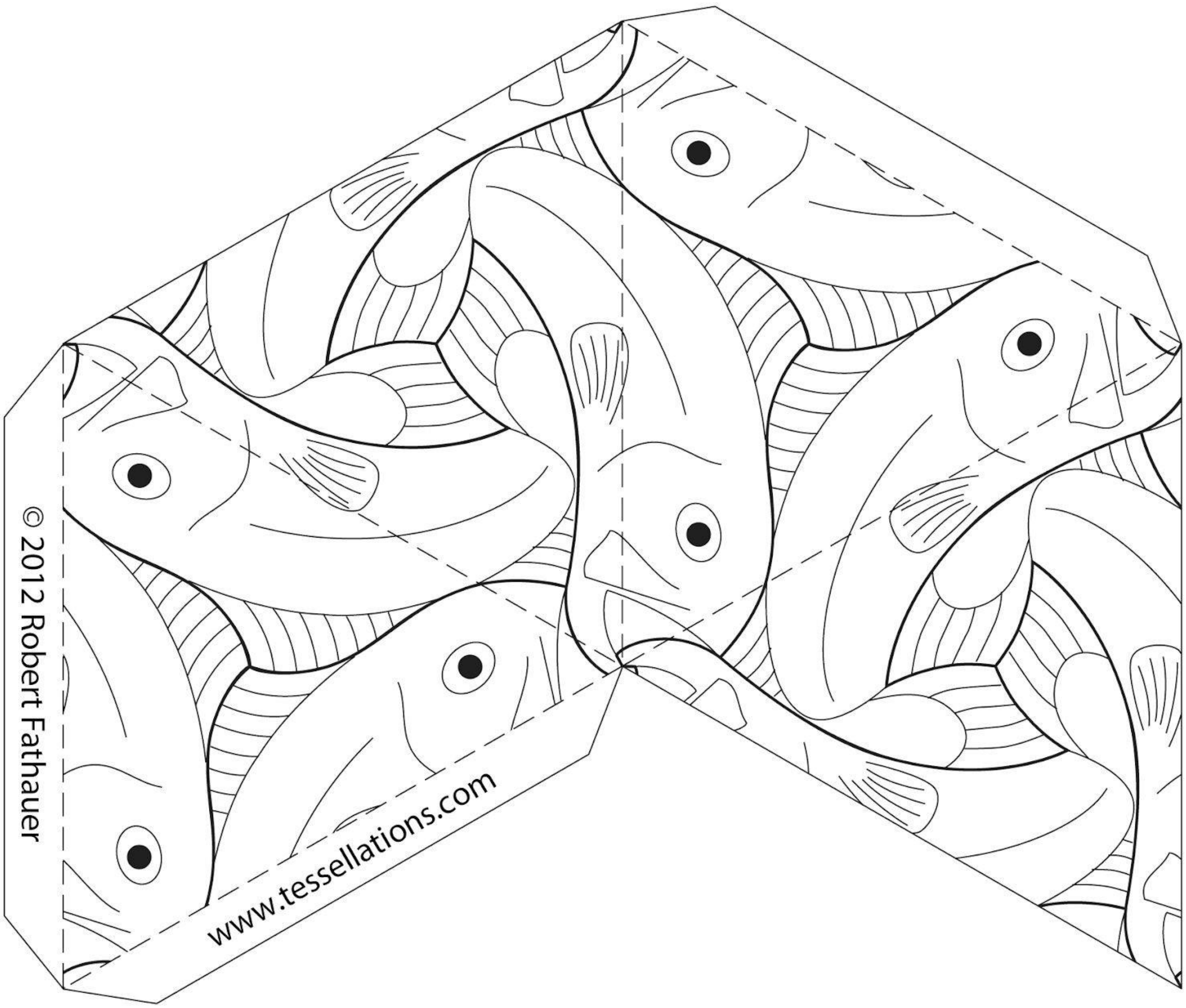


de cores:

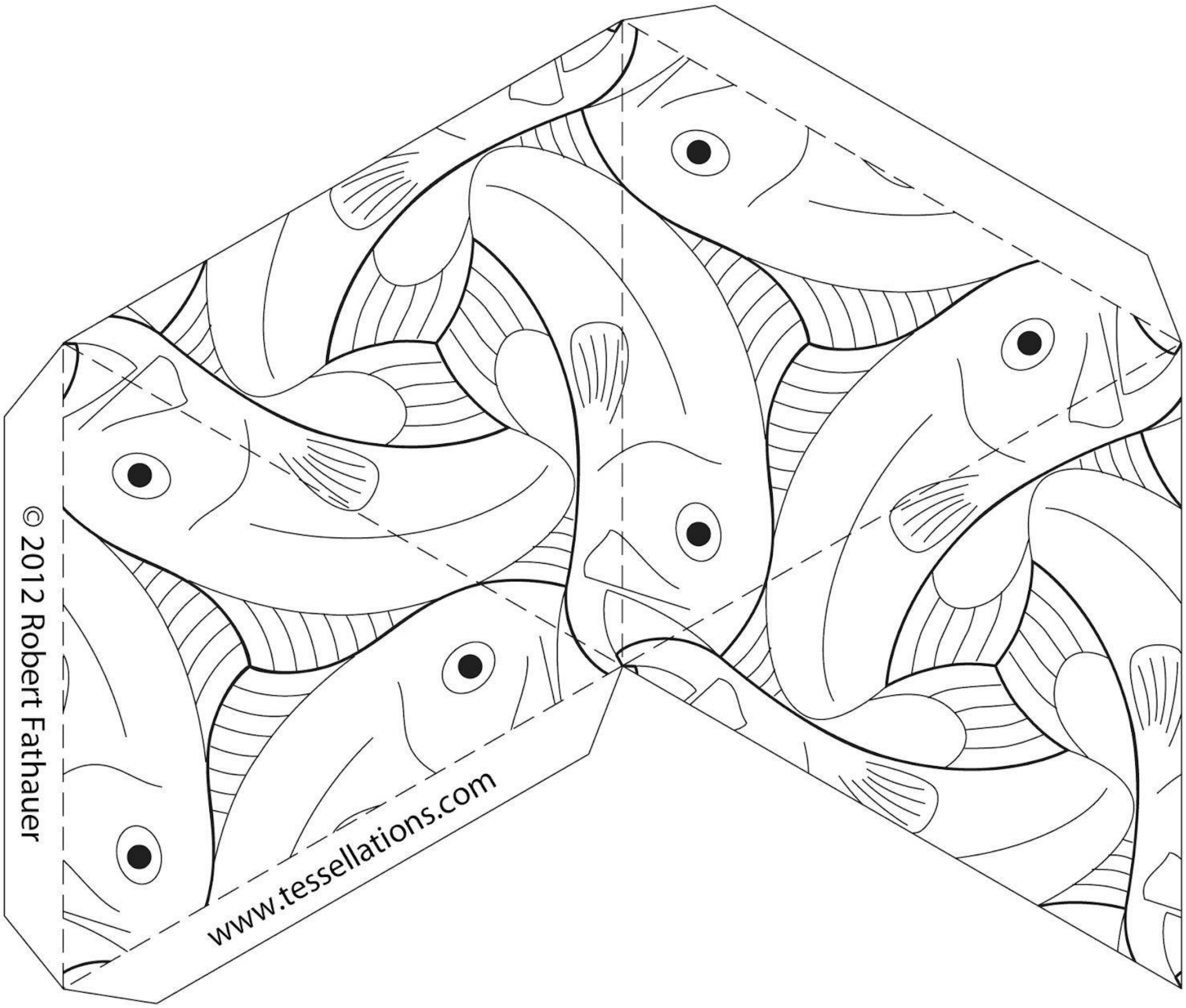
Modelo para Coloração de Mapas

Modelo para Coloração de Mapas

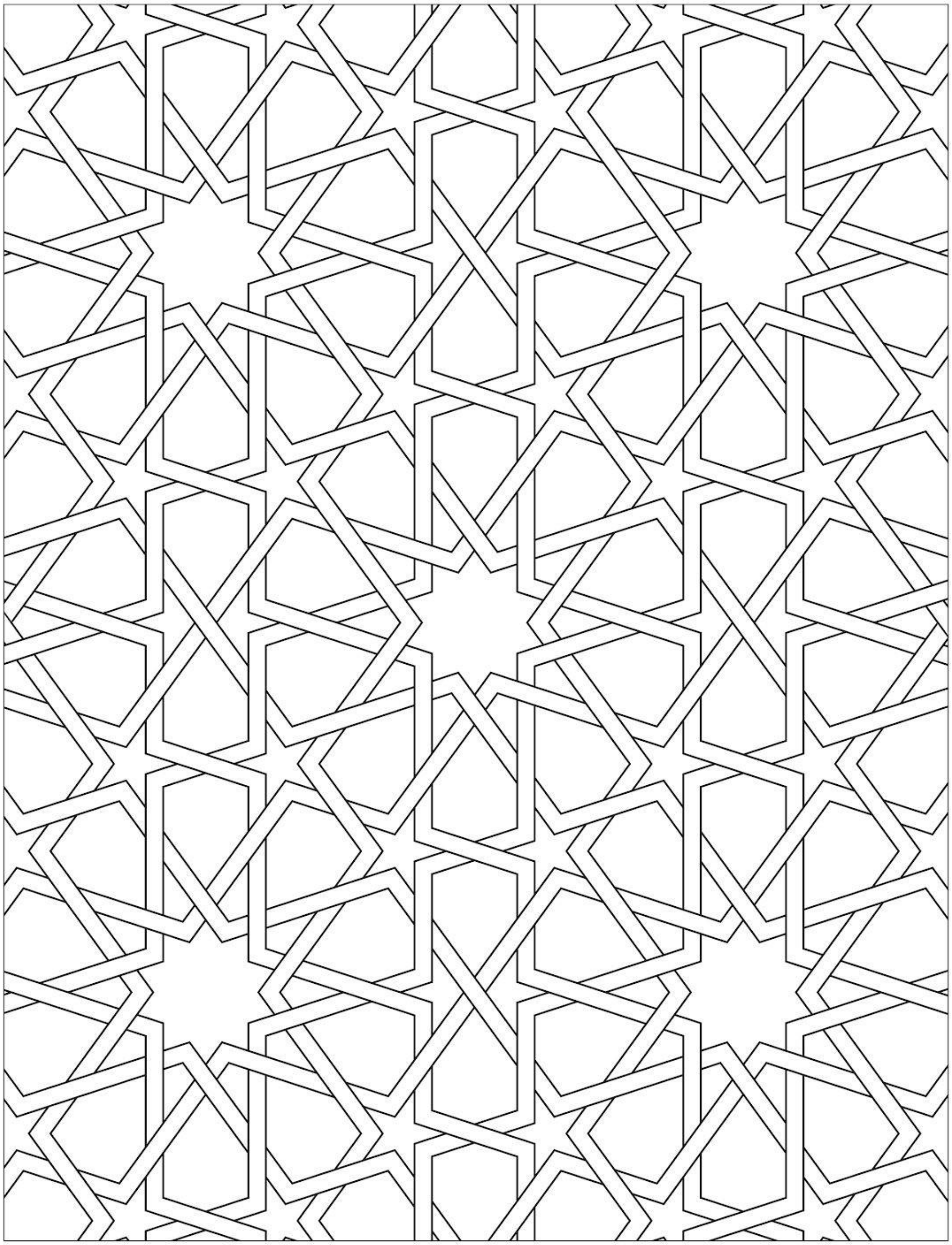
Modelo para o Octaedro de Peixes (página 1 de 2)



Modelo para o Octaedro de Peixes (página 2 de 2)

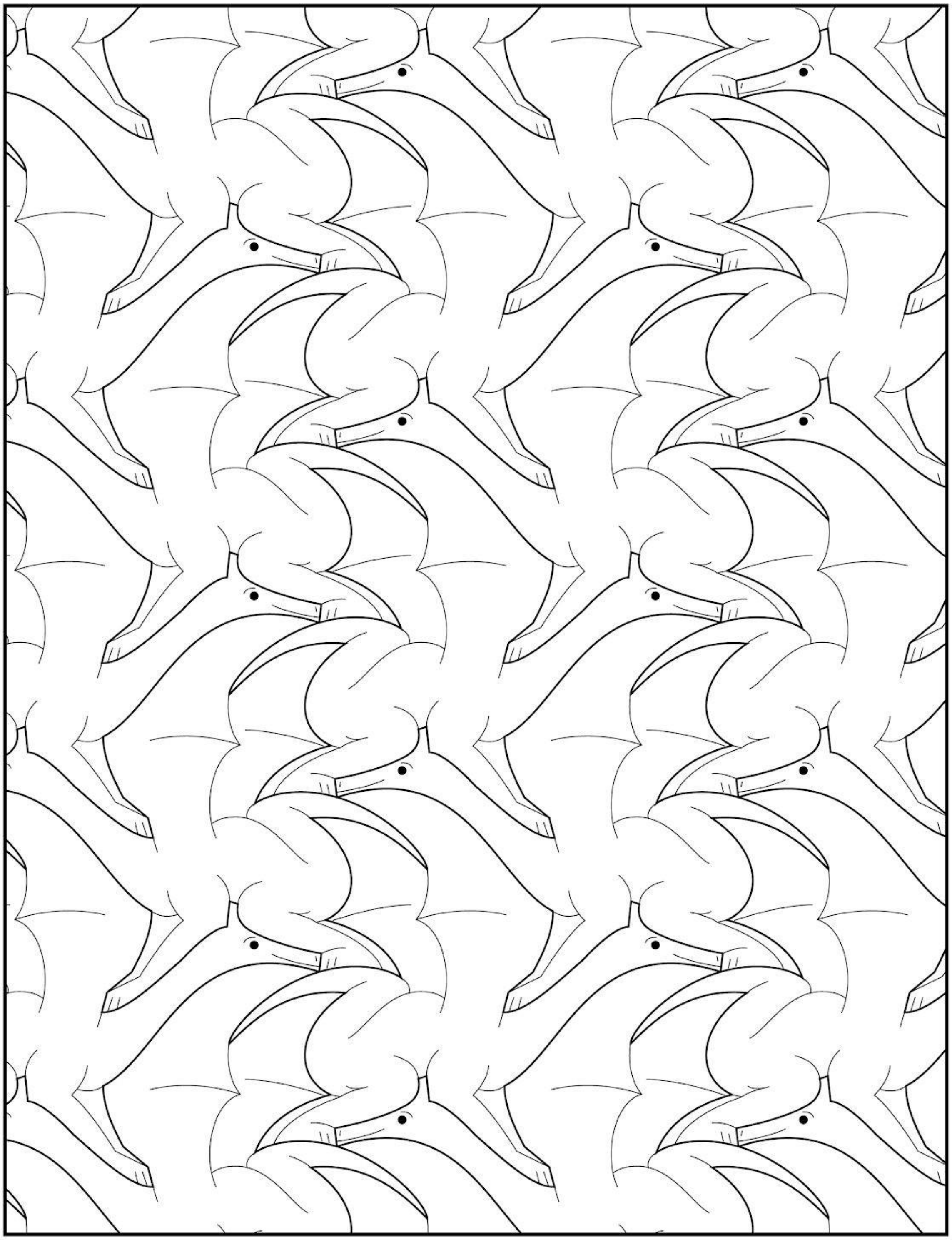


Modelo para Tesselações (página 1 de 2)



www.tessellations.com

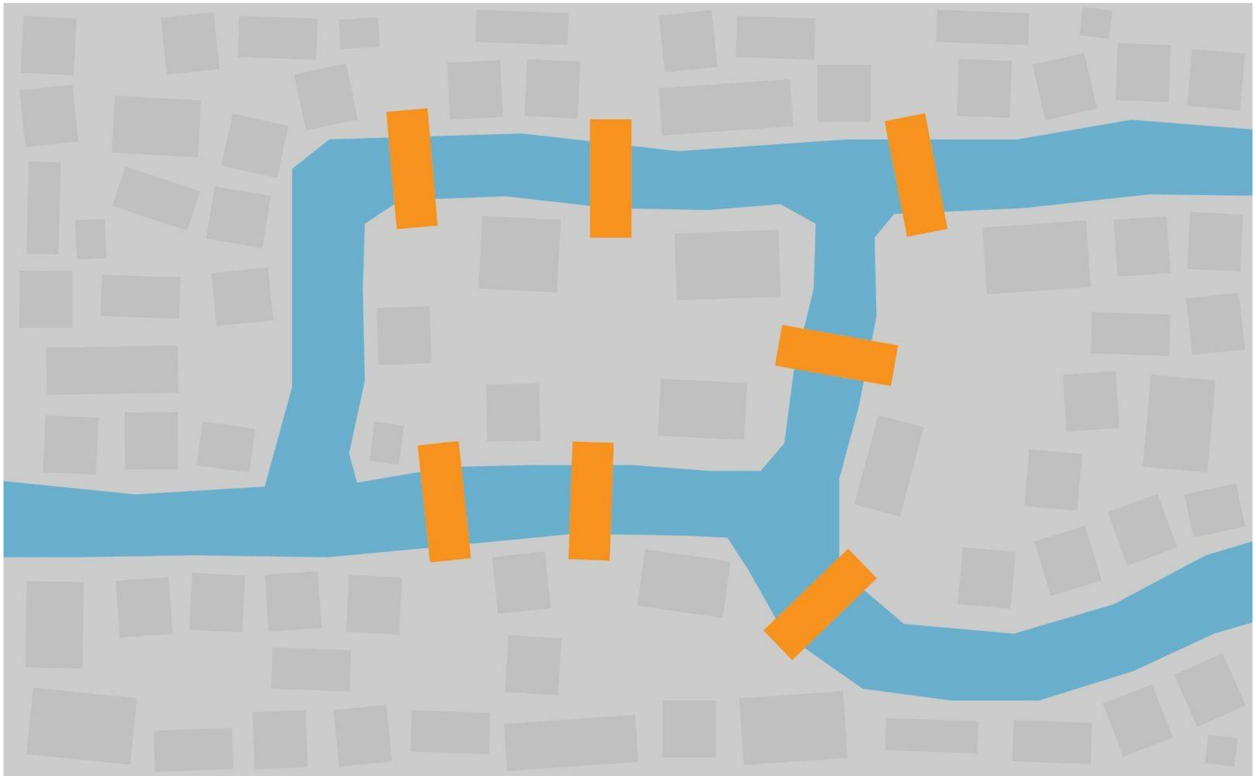
Modelo para Tesselações (página 2 de 2)

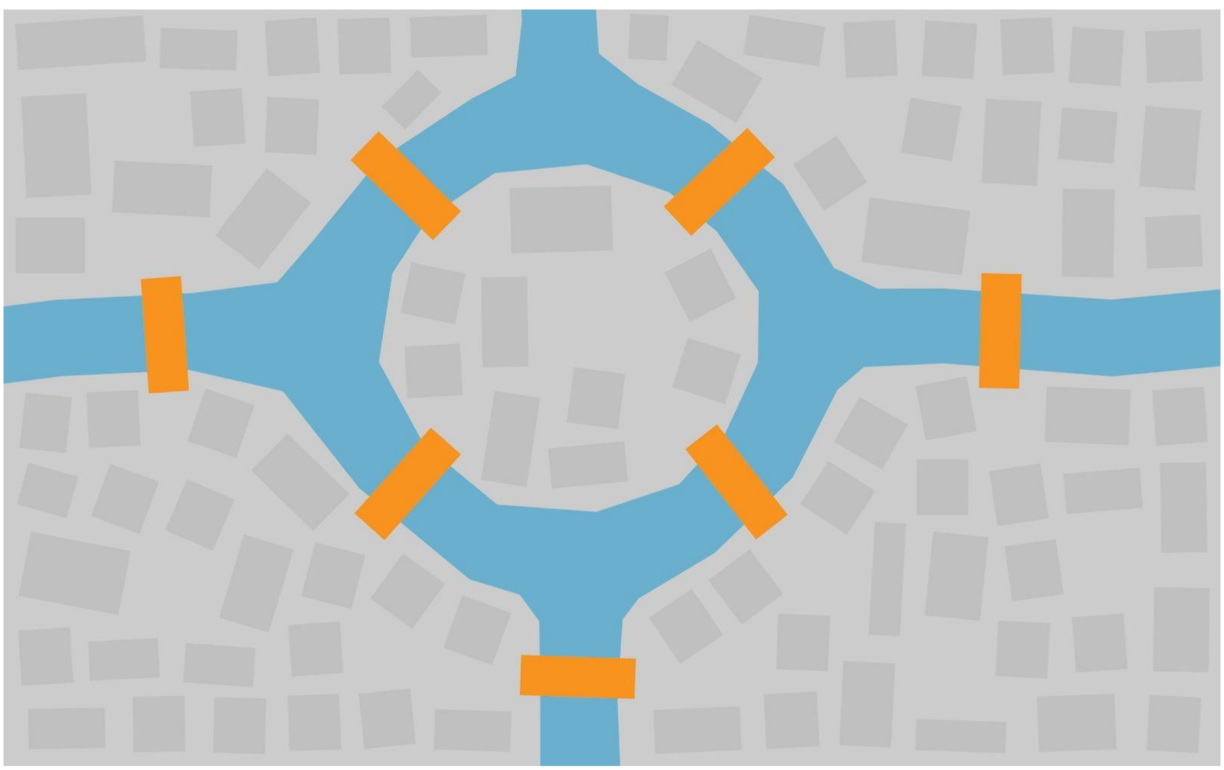


"Dragons"

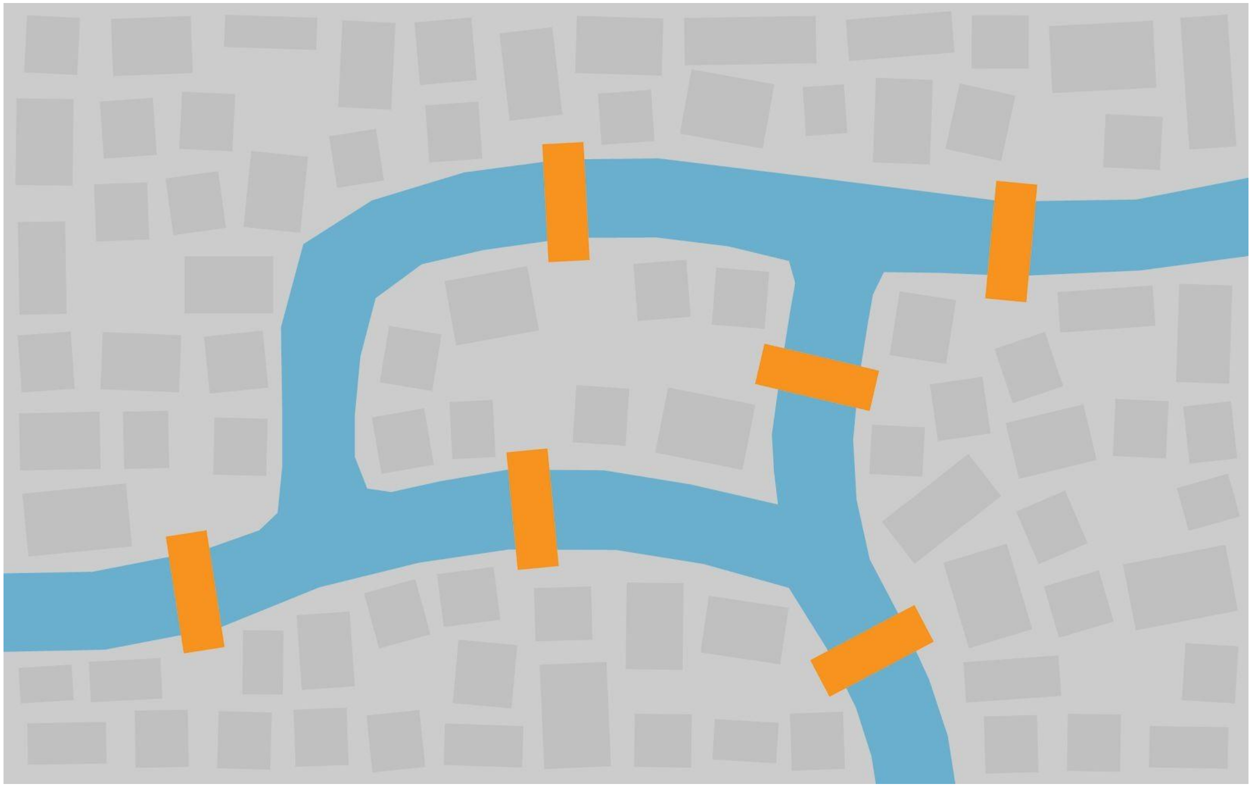
© 2003 Robert Fathauer

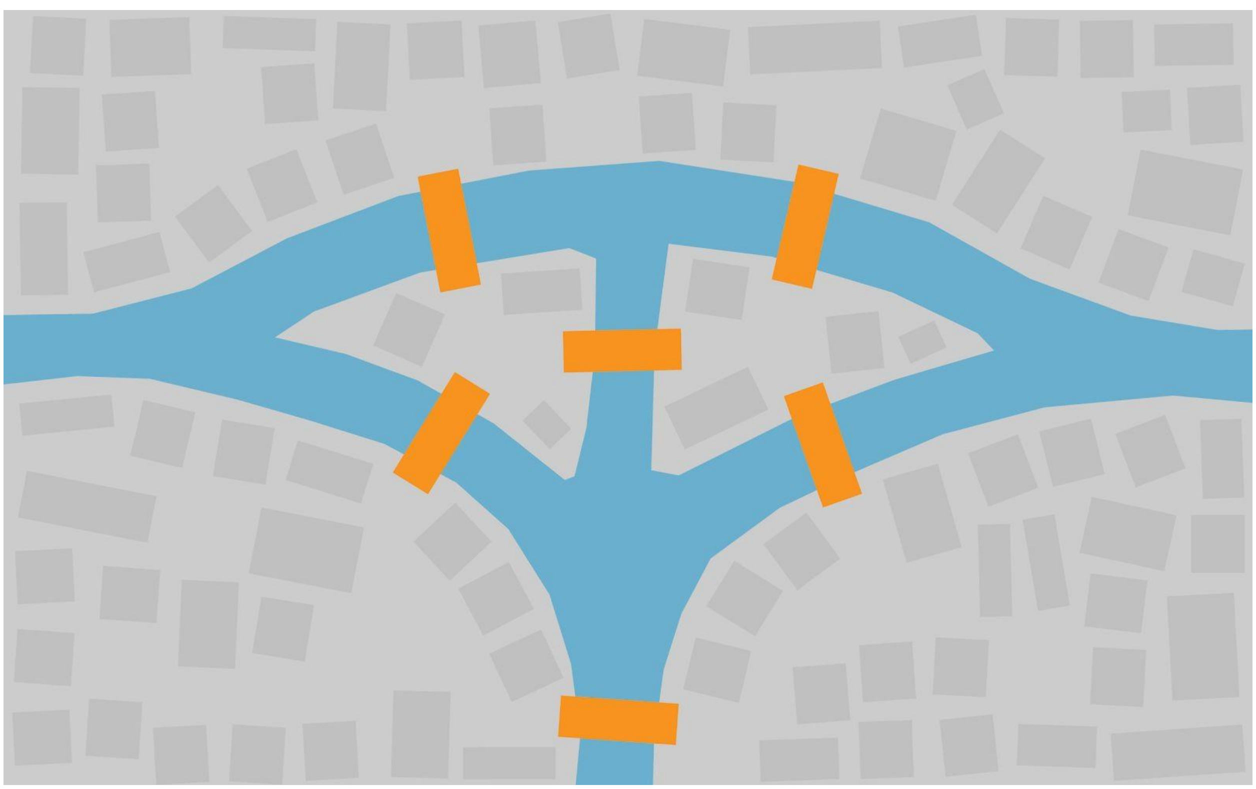
Modelos para as Pontes de Königsberg (página 1 de 2)



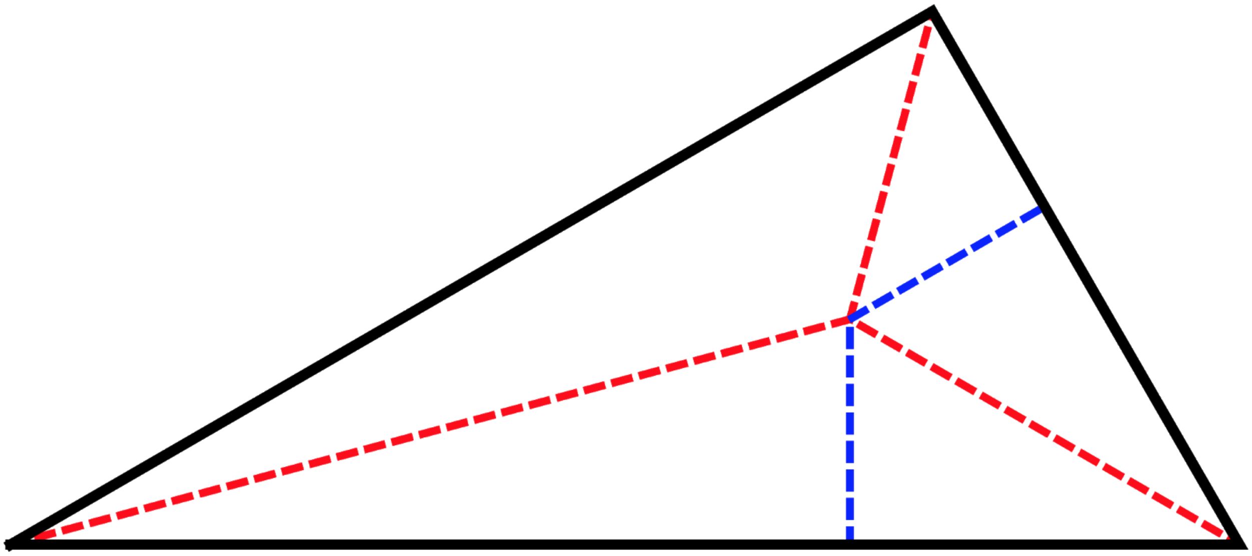


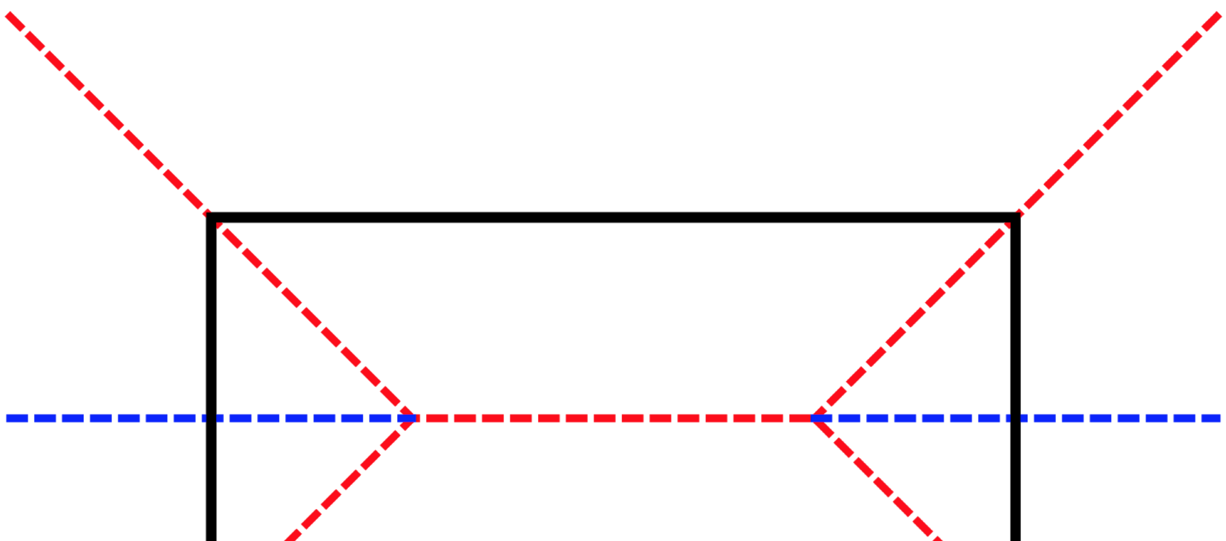
Modelos para as Pontes de Königsberg (página 2 de 2)



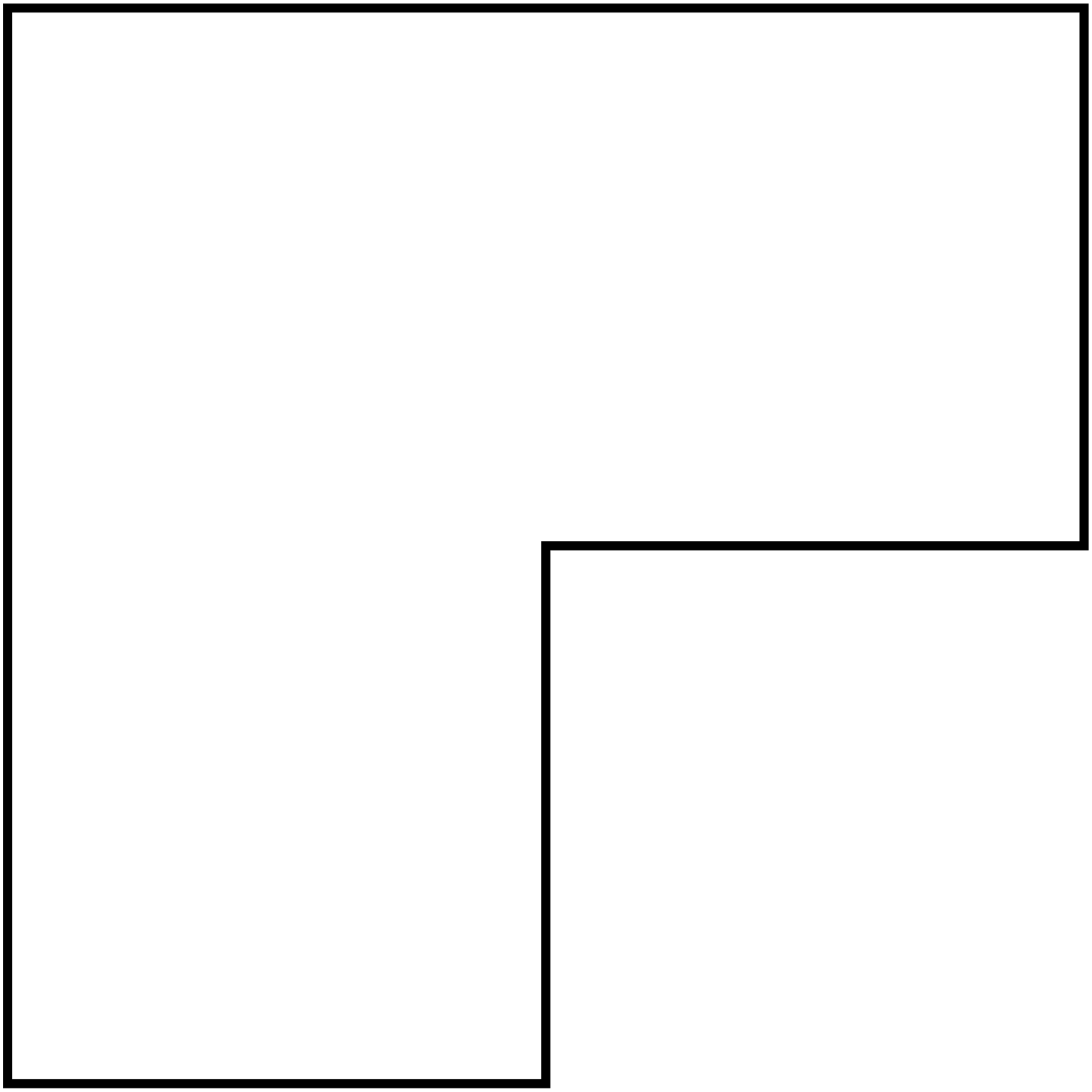


Modelos para o Dobrar e Cortar

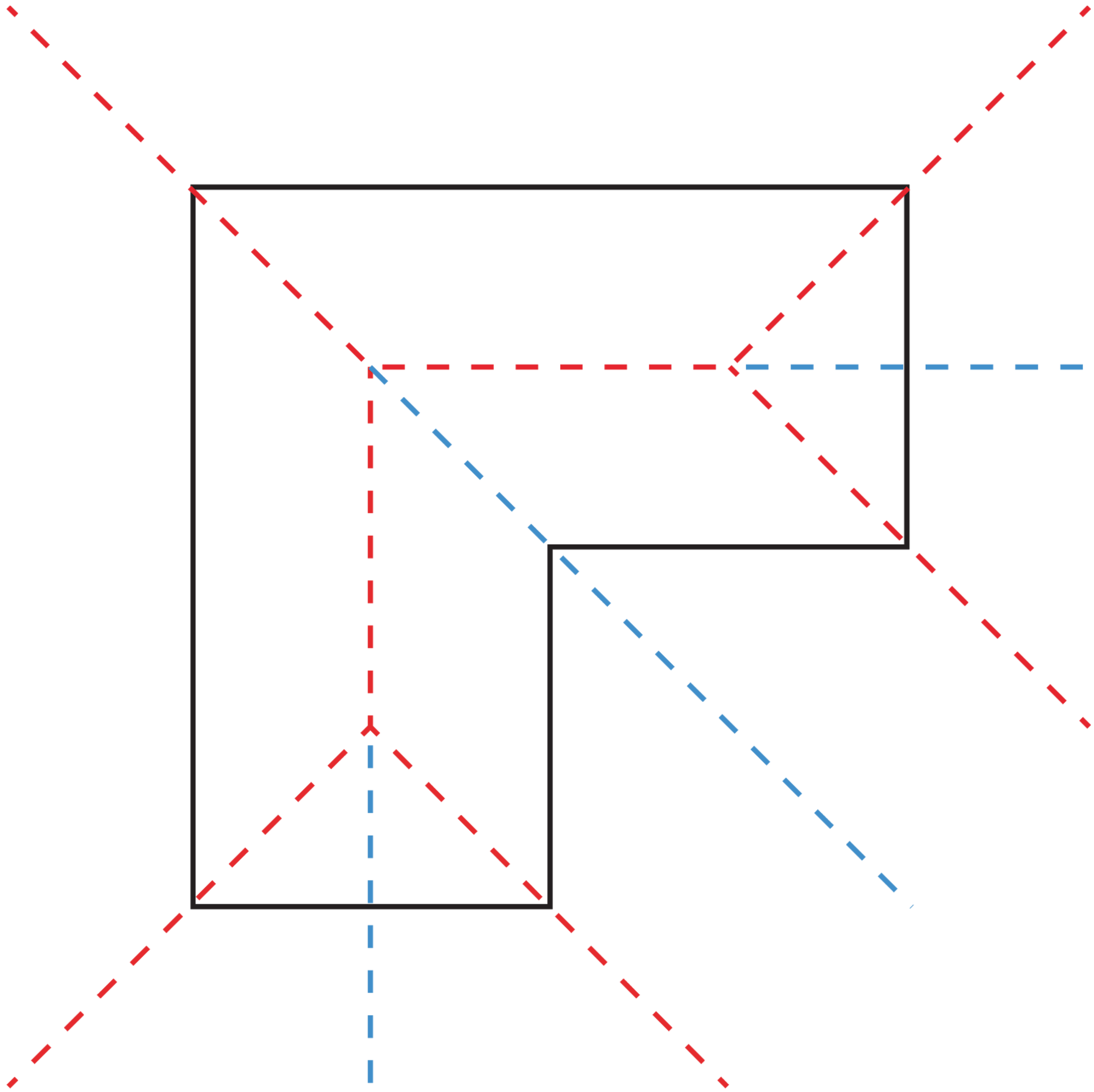




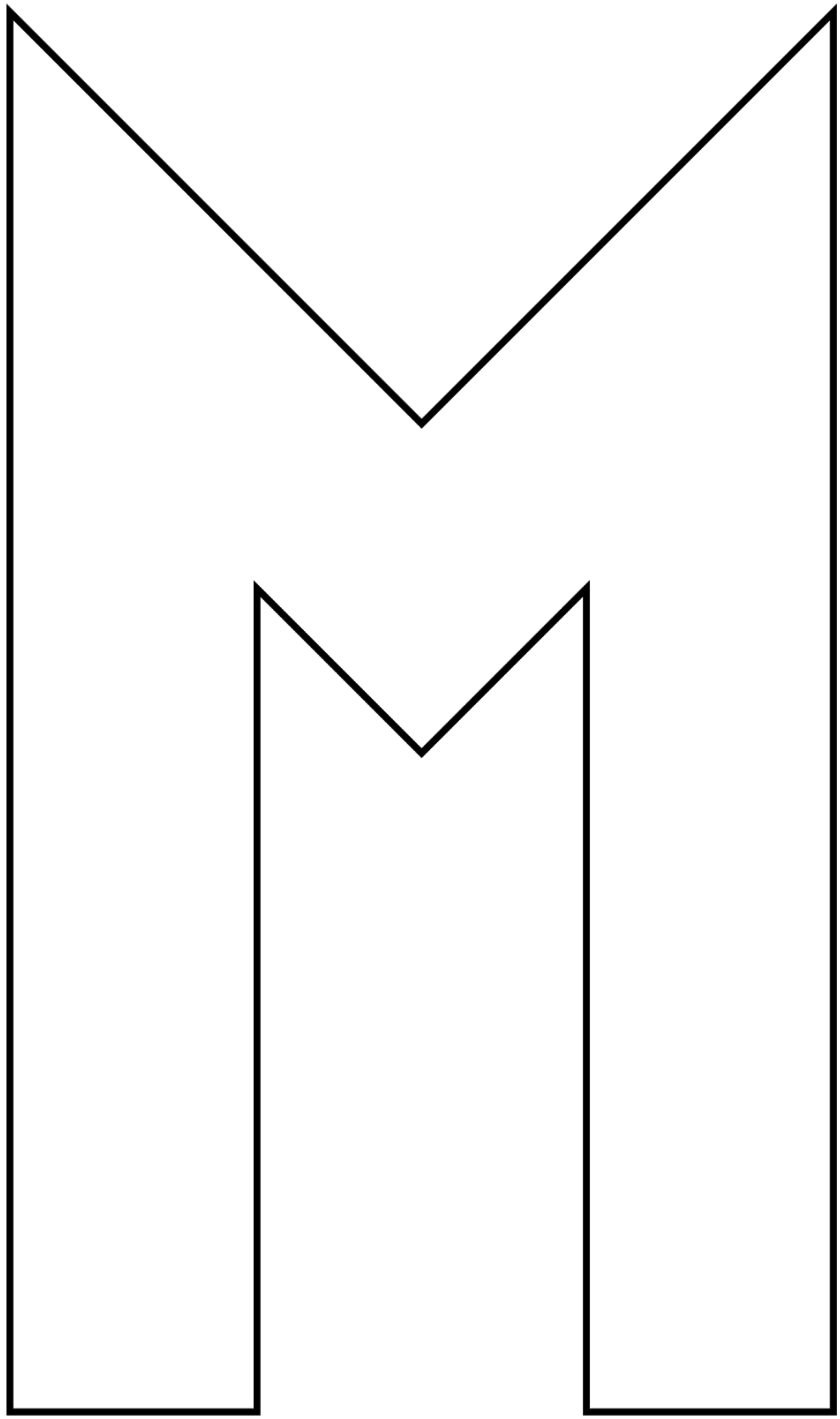
Modelo para o Dobrar e Cortar



Modelo para o Dobrar e Cortar



Modelo para o Dobrar e Cortar



Modelo para o Dobrar e Cortar